Шифр: 9-26

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Выборгский

Школа МБОУ „СОШ г. Светогорска"

Класс 9

ФИО Котко Антон Дмитриевич

1	2	3	4	5	Σ
7	~~0~~ 4	7	0	0	

9-26

1. Найдём количество всех конфет: $n = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55 = 5 \cdot 11$.
На неч. минуте кол. кучек увеличивается на 1.
На ч. минуте — уменьшается на 1.
Значит, единственный возможный вариант, для того что-бы все кучки были равны — это 11 кучек по 5 конфет.
Покажем, что это возможно сделать.

1) $10 = 5 + 5$
2) $2 + 3 = 5$
3) $9 = 4 + 5$
4) $1 + 4 = 5$
5) $6 = 5 + 1$
6) $1 + 4 = 5$
7) $7 = 5 + 2$
8) $5 + 5 = 10$
9) $8 = 5 + 3$
10) $3 + 2 = 5$
11) $10 = 5 + 5$

Ответ: Может.

3. Раскрасим доску в шахматном порядке. Когда Дима делает ход он закрывает и чёрную, и белую клетки. Пусть, Коля ставит крестики только на чёрные клетки, тогда Дима может класть доминошки только на клетки с суммой 0. Заметим, что после каждого хода количество чёрных клеток меняет чётность, при этом Коля всегда делает чёт. кол. черных клеток. Тогда независимо от ходов Димы, рано или поздно, Коля сделает количество черных клеток $= 0$. Дима не сможет походить и проиграет.
Ответ: Коля.

9 - 26

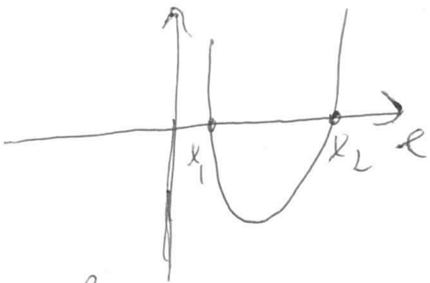
№2. Очевидно, что чисел будет больше, если они будут располагаться как можно ближе ~~к~~ к друг другу.

Пусть m_1, m_2, m_3 – максимумы, при этом $m_3 < m_2 < m_1$.

Пусть, $m_3 = x$, тогда $m_2 = x+10$, $m_1 = x+20$

$x^2+(x+10)^2+(x+20)^2 < 3\cdot 10^6$

$3x^2+60x+500 < 3\cdot 10^6$ $\quad 3x^2+60x-2999500<0$



Мы ищем максимум, значит нас интересует целое число, которое $< x_2$ и наиболее близко к x_2

$3x^2+60x-2999500=0$

$D=3600-2999500\cdot 12=3599760$

$\sqrt{D}=20\sqrt{89994}$ Нам нужны целые значения, тогда найдём $[\sqrt{D}]$, $[a]$ – целая часть $[a]$

$300^2>89994$

$299^2<89994$

$[\sqrt{D}]=20\cdot 299=5980$

$\cancel{x_2=-60}$ $\quad m_3=\left[\dfrac{-60+5980}{6}\right]=983$

$m_3=983$, тогда, $\cancel{m_2=1003}$, $\cancel{m_3=1023}$ $m_2=993$, $m_1=1003$

Минимумы – противоположные числа m_1, m_2, m_3

Найдём количество чисел, подходящих под условие на отрезке $[-1003; 1003]$:

$n=\left[\dfrac{1003-(-1003)}{10}\right]=200$ Ответ: 200

9-26

1. $y=\frac{p-1}{2}-k$

$py+1=p\left(\frac{p-1}{2}-k\right)+1=\frac{p^2-p}{2}-kp+1=$

$=\frac{p^2+(2k-1)p+2}{2}$ Нужно сделать так, чтобы выражение не раскладывалось на множители, т.е. $D<0$

$4k^2-4k+1-8<0$

$4k^2-4k-7<0$

$4k^2-4k-7=0$

$D=16+16\cdot7=16\cdot8$

$k_1=\frac{4-4\cdot2\sqrt{2}}{8}$; $k_2=\frac{4+4\cdot2\sqrt{2}}{8}$

$\cancel{x_1=\frac{4-8}{8}}$ $k_0=\frac{4}{8}$ На промежутке от k_0 до k_2 есть целые значения.

Значит, такое y существует.

5. Частный случай: $BC \parallel AD$, K_1, K_2 – точки касания с BC, AD, K_1K_2 – расстояние между BC и AD, диаметр. Мин. длина отрезка между прямыми = расстоянию.

Шифр: 2-9-07

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Выборгский

Школа МБОУ „СОШ г. Светогорска"

Класс 8

ФИО Калко Антон Дмитриевич

2-9-07

6	7	8	9	10	Σ
7	7	0	0	0	14

6. ~~(встреча)~~ Пусть S — длина круговой дорожки.
V — скорость Пети, тогда $1,02V$ — скорость Миши

1 встреча: Миша пробежал половину дорожки и развернулся, на обратном пути он встречается с Петей. После этого добегает до начальной точки. За это время Петя пробегает $\frac{S}{1,02V}V = \frac{100S}{102V} = \frac{50S}{51}$ круга.

2 встреча
Пете осталось пробежать $S - \frac{50S}{51} = \frac{S}{51}$
Расстояние от 2 точки их встречи до старта:

$$\frac{S}{51} : \frac{202V}{100} \cdot \frac{102V}{100} = \frac{S}{101}$$

Пете осталось пробежать $\frac{S}{101}$

3 встреча:
Пусть П и М встретились в 3 раз в точке старта, т.е. М пробежал какое-то L развернулся и они одновременно встретились в точке начала.

$$\frac{S}{101V} = \frac{S \cdot 100}{101 \cdot 102V} + \frac{2L \cdot 100}{102V} \Rightarrow L = \frac{S}{101 \cdot 100}$$

P.S. L можно уменьшить, тогда М и П в 3 раз встретятся раньше чем в точке старта.

2-907

7. Заметим, что 2 хамелеона не могли друг за другом сказать правду, потому что все ответы разные, а кол. зелёных хамелеонов не изменилось. Тогда max количество хамелеонов, которые говорили $\left\lceil \frac{2019}{2} \right\rceil = 1010$. Т.е изначально их не могло быть больше чем 1010.

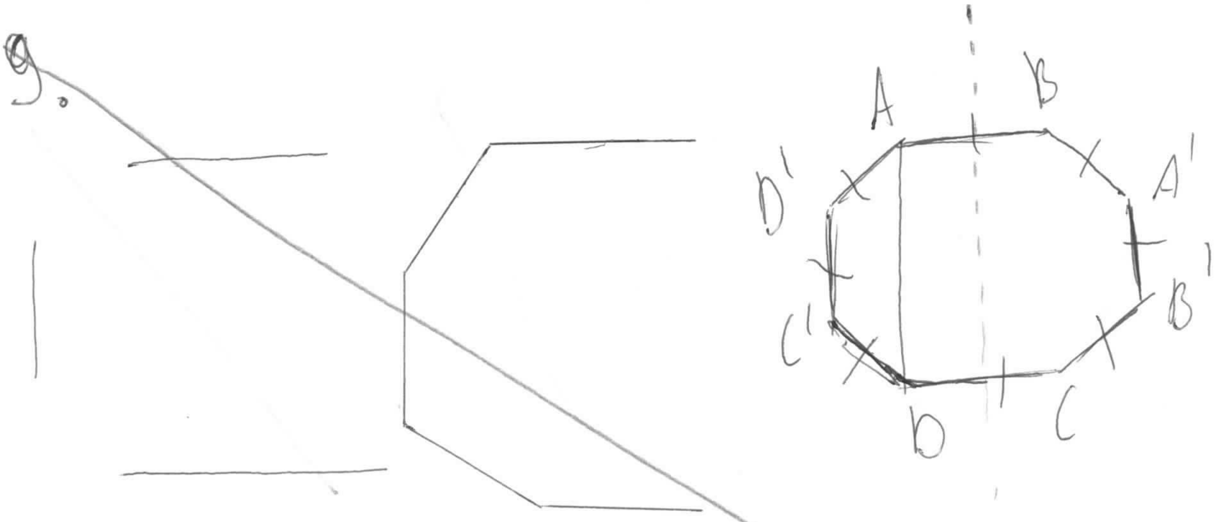
Покажем что такое количество возможно получить

К-коричневые, З-зелёные

	К	К		К	З	З		З
отв.	1,	2	...	1009	1010,	1011	...	2019

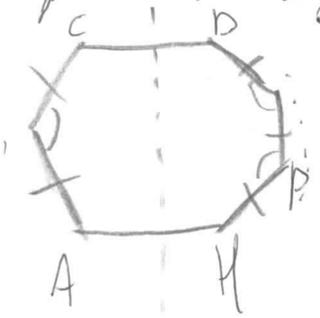
Сначала говорит: З хамелеон - 1010, потом любой К, потом следующий З - 1011, потом опять К и так далее.

9.



AB || DC, т.к. DC'D'A симметрична CB'A'B, т.е A и B равноудалены от D и C.

9. Предположим, что это можно сделать. Пусть какая-то диагональ параллельна чему-то. Рассмотрим этот многоугольник.



$CD \parallel AH$, слева и справа может быть только разное количество сторон, т.к. всего их нечётное количество, при этом этими сторонами могут являться только стороны первоначального ~~прямо~~ много угольника, чтобы все условия выполнялись. Пусть $\angle A = \angle H$, видно что тогда стороны не будут парал-ны. ~~Тогда повернём правую часть~~. ~~CD будет парал-ной~~

~~АН, только~~

Ответ: не могли.

8. Попробуем решить через площадь.

9. Пусть $x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4 \le x_5 \le x \ldots \le x_9$.